



โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ
เตรียมอุดมศึกษาน้อมเกล้า

รายงานผลการดำเนินงานวิธีปฏิบัติที่เป็นเลิศ

BEST PRACTICE



การพัฒนาทักษะการคิดแก้ปัญหา
โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E)
ร่วมกับสื่อวัตกรรม (UNIT CIRCLE BOARD)
เรื่อง ค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

นางสรารัตน์ เผ่าพหล

ตำแหน่ง ครูชำนาญการ

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ เตรียมอุดมศึกษาน้อมเกล้า



คำนำ

รายงานผลการใช้วิธีปฏิบัติที่เป็นเลิศ (Best Practices) ฉบับนี้ เป็นการพัฒนาทักษะการคิดแก้ปัญหา โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อหน่วยการเรียนรู้ (Unit Circle Board) เรื่อง ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ เตรียมอุดมศึกษาน้อมเกล้า ประจำปีการศึกษา 2568 ซึ่งรูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับการใช้สื่อหน่วยการเรียนรู้ (Unit Circle Board) เป็นรูปแบบที่ผู้เรียนได้เรียนรู้ผ่านการลงมือปฏิบัติ ได้ฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์ การแก้ปัญหา โดยมีสื่ออุปกรณ์ที่จับต้องได้ ช่วยอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ ให้ผู้เรียนเห็นภาพชัดเจนและสร้างความเข้าใจได้ง่ายขึ้น เป็นการเรียนรู้แบบนำตนเอง และสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาที่ลึกซึ้งและคงทนกว่าการเรียนรู้แบบท่องจำ นำไปสู่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดีขึ้น

สรารัตน์ เผ่าพหล

สารบัญ

หน้า

1. ความสำคัญของผลงาน	
1.1 ความเป็นมาและสภาพของปัญหาหรือสิ่งที่พัฒนา	1
1.2 แนวทางการแก้ปัญหาหรือพัฒนา	1
2. วัตถุประสงค์และเป้าหมายของผลงาน	2
3. กระบวนการผลิตผลงานหรือขั้นตอนการดำเนินงาน/การบริหารจัดการ	
3.1 การออกแบบผลงาน	3
3.2 ประสิทธิภาพของผลงาน	5
3.3 การดำเนินงานพัฒนาตามกิจกรรม หรือแผนการบริหารจัดการที่กำหนด	7
3.4 ประสิทธิภาพของการดำเนินงาน	8
4. ผลการดำเนินการ/ผลสัมฤทธิ์/ประโยชน์ที่ได้รับ	
4.1 ผลที่เกิดตามวัตถุประสงค์	9
4.2 ผลสัมฤทธิ์ของงาน	10
5. บทเรียนที่ได้รับ (Lesson Learned)	11
6. การเผยแพร่/การได้รับการยอมรับหรือรางวัลที่ได้รับ	11
ภาคผนวก	

1. ความสำคัญของผลงาน

1.1 ความเป็นมาและสภาพของปัญหาหรือสิ่งที่พัฒนา

แผนการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2560 – 2579 (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ) ได้กล่าวถึงผลการพัฒนาการศึกษาไทยที่ผ่านมา พบว่า คุณภาพการศึกษาทั้งด้านวิชาการและคุณลักษณะของผู้เรียนยังไม่น่าพอใจ และทักษะของกำลังแรงงาน ยังไม่ตอบสนองความต้องการของผู้ประกอบการ โดยหนึ่งในเป้าหมายของการพัฒนา คือ ร้อยละของผู้เรียนที่มีคุณลักษณะและทักษะการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เพิ่มขึ้น ซึ่งสิ่งสำคัญในการพัฒนาทักษะการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 คือ การพัฒนาทักษะการเรียนรู้ตลอดชีวิต มุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีการสร้างองค์ความรู้ ส่งเสริมให้ผู้เรียนไม่ได้เป็นเพียงผู้รับความรู้ แต่สามารถสร้างความรู้ด้วยตนเองผ่านกระบวนการเรียนรู้ที่หลากหลายและเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ อีกทั้งเป้าประสงค์ของโรงเรียนนวมินทราชินูทิศ เตรียมอุดมศึกษาน้อมเกล้า ที่เน้นให้ผู้เรียนมีทักษะการคิด วิเคราะห์ สังเคราะห์ แก้ปัญหาเป็น ตามศักยภาพ มีความคิดสร้างสรรค์ และการทำงานร่วมกับผู้อื่น และให้ครูผู้สอนมีการจัดหา สร้าง หรือพัฒนาสื่อนวัตกรรมให้เหมาะสมกับการจัดการเรียนการสอนตามสภาพการเปลี่ยนแปลง

จากประสบการณ์ในการสอนนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในรายวิชา ค32201 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 3 หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ พบว่า ในปีการศึกษา 2567 มีผู้เรียนที่ยังไม่ผ่านผลการเรียนรู้ที่ 1 เข้าใจฟังก์ชันตรีโกณมิติและลักษณะกราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติและนำไปใช้ในการแก้ปัญหา คิดเป็นร้อยละ 61 ซึ่งปัญหาหนึ่งของการเรียนในบทเรียนนี้คือ ผู้เรียนไม่แม่นยำ หรือไม่มีความเข้าใจค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ซึ่งเป็นพื้นฐานเริ่มต้นของการเรียนบทเรียนนี้ ซึ่งจะส่งผลกระทบในการเรียนในหัวข้ออื่นๆ ตามไปด้วย โดยสาเหตุหนึ่งอาจมาจากกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ไม่ได้เน้นให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติหรือค้นพบความรู้ด้วยตนเอง จึงทำให้ผู้เรียนไม่สามารถเข้าใจเนื้อหาได้อย่างลึกซึ้ง ส่งผลให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่ดีเท่าที่ควร

1.2 แนวทางการแก้ปัญหาหรือพัฒนา

ในการค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาทักษะการคิดแก้ปัญหา

พนัดดา ด้วนาค (2565) พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความพึงพอใจ หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) โดยภาพรวมอยู่ในระดับมาก

ประดินันท์ อุปรมัย (2540) กล่าวว่า สื่อและวัสดุอุปกรณ์การสอนเป็นเครื่องมือสำคัญที่จะช่วยให้การเรียนการสอนดำเนินไปด้วยดี การสอนที่มีการใช้วัสดุ อุปกรณ์ประกอบการเรียนนอกจากจะทำให้ให้นักเรียนเห็นความเป็นรูปธรรมของสิ่งที่ครูสอนและเพิ่มพูนความรู้ความเข้าใจของนักเรียนให้เด่นชัดและง่ายขึ้นแล้ว การสอนที่มีการใช้วัสดุอุปกรณ์ประกอบการสอนยังช่วยเพิ่มบรรยากาศของการสอนให้น่าสนใจ เนื่องจากมีการแปรเปลี่ยนสิ่งเร้าหลายๆ อย่าง และครูยังสามารถใช้วัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ กระตุ้นให้นักเรียนเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนการสอนได้อย่างสนุกสนานอีกด้วย

อาภรณ์ ใจเที่ยง (2546) อธิบายถึงประโยชน์ของสื่อการสอนที่มีต่อนักเรียนไว้ ดังนี้

- เป็นสิ่งที่ช่วยให้เกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ เพราะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ เนื้อหาบทเรียนที่ยุ่งยากซับซ้อนได้ง่ายขึ้นในระยะเวลาสั้น และสามารถช่วยให้เกิดความคิดรวบยอดในเรื่องนั้นได้อย่างถูกต้องและรวดเร็ว
- ช่วยกระตุ้นและสร้างความสนใจให้กับนักเรียน ทำให้เกิดความสุขและไม่เบื่อหน่ายการเรียน
- ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจตรงกัน และเกิดประสบการณ์ร่วมกันในวิชาที่เรียนนั้น
- ช่วยให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนมากขึ้น ทำให้เกิดความสัมพันธ์อันดีในระหว่างนักเรียนด้วยกันเองและกับครู
- ช่วยสร้างเสริมลักษณะนิสัยที่ดีในการศึกษาค้นคว้าหาความรู้ และช่วยให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์จากการใช้สื่อเหล่านั้น

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้สอนจึงมีความสนใจที่จะพัฒนาทักษะการคิดแก้ปัญหา โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อวัตรกรรม (Unit Circle Board) เรื่อง ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ เตรียมอุดมศึกษาน้อมเกล้า ซึ่งเป็นการส่งเสริมนโยบายการศึกษาที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ และส่งเสริมให้ผู้เรียนได้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ถือเป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยให้ผู้เรียนมีความพร้อมที่จะเผชิญกับความท้าทายต่างๆ ในอนาคต และเป็นกำลังสำคัญในการพัฒนาประเทศต่อไป

2. วัตถุประสงค์และเป้าหมายของผลงาน

วัตถุประสงค์

1. เพื่อพัฒนาสื่อวัตรกรรม (Unit Circle Board) และรูปแบบการสอน เรื่อง ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์
2. เพื่อพัฒนาทักษะการคิดแก้ปัญหา โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อวัตรกรรม (Unit Circle Board) เรื่อง ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
3. เพื่อศึกษาความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อวัตรกรรม (Unit Circle Board) เรื่อง ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เป้าหมาย

เชิงปริมาณ

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/4 จำนวน 23 คน ปีการศึกษา 2568 โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ
เตรียมอุดมศึกษาน้อมเกล้า

เชิงคุณภาพ

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/4 ร้อยละ 80 ขึ้นไป มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/4 ร้อยละ 80 ขึ้นไป มีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อนวัตกรรม (Unit Circle Board) เรื่อง ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ ในระดับมากขึ้นไป

3. กระบวนการผลิตผลงานหรือขั้นตอนการดำเนินงาน/การบริหารจัดการ

3.1 การออกแบบผลงาน

การพัฒนาครั้งนี้ได้ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาทักษะการคิดแก้ปัญหาโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อนวัตกรรม (Unit Circle Board) เรื่อง ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งกรอบแนวคิดในการพัฒนา มีรายละเอียด ดังนี้

แนวคิดและทฤษฎีเกี่ยวกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E)

จากการวิเคราะห์และสังเคราะห์แนวคิดที่เกี่ยวข้อง ได้แก่ แนวคิดการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) จึงได้นำข้อมูลที่ได้ศึกษามาวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อสังเคราะห์องค์ประกอบของการเรียนรู้แบบร่วมสร้าง ดังตารางที่ 1

ตาราง 1 ผลการสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E)

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของแนวคิดที่เกี่ยวข้อง	Bybee R.W.	สสวท.	ปราณี แสนสามารถ	พิชาณิกา เพชรสังข์	ผู้วิจัย
ขั้นสร้างความสนใจ	/	/	/	/	/
ขั้นสำรวจค้นหา	/	/	/	/	/
ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป	/	/	/	/	/
ขั้นขยายความรู้	/	/	/	/	/
ขั้นประเมินผล	/	/	/	/	/

แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวกับการสอน

การสอนจัดว่าเป็นวัฏกรรมที่มีมานาน และมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องตามยุคสมัย ซึ่งการสอนนั้น เป็นช่องทางในการถ่ายทอดองค์ความรู้ ทักษะ ประสบการณ์ จากแหล่งความรู้ต่างๆ ไปสู่ผู้เรียนและทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

นักวิชาการในวงการเทคโนโลยีทางการศึกษา โสตทัศนศึกษา และวงการการศึกษา ได้ให้คำจำกัดความของ “การสอน” ไว้อย่างหลากหลาย ดังนี้

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2539) สรุปได้ว่า สอน หมายถึง วัสดุอุปกรณ์และวิธีการที่ใช้เป็นสื่อกลางให้ผู้สอนสามารถส่งหรือถ่ายทอดความรู้ เจตคติและทักษะไปยังผู้เรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ฮาส และแพคเกอร์ (Hass and Packer 1964) กล่าวว่า สอน หมายถึง เครื่องมือที่ช่วยในการถ่ายทอดสิ่งต่างๆ ที่เป็นจริงได้แก่ ทักษะ ทศณะคติ ความรู้ ความเข้าใจ และความซาบซึ้งไปยังผู้เรียน หรือเป็นเครื่องมือประกอบการสอนที่สามารถได้ยินและมองเห็นได้เท่าๆกัน

เกอร์ลัช และอีไล (Gerlach and Ely 1982) กล่าวว่า คำว่าเรียนการสอนมีความหมายมาก ไม่ว่าจะเป็นบุคคล วัสดุ อุปกรณ์ วิธีการ หรือเหตุการณ์ที่สร้างเงื่อนไข ซึ่งสามารถทำให้ผู้เรียนเกิดความรู้ ทักษะ และทัศนคติต่างๆ ตามความหมายนี้ อาจารย์ ตำราและสิ่งแวดล้อมในโรงเรียนเป็นสื่อทั้งสิ้น

บราวน์และคนอื่นๆ (Brown and others 1977) ได้กล่าวว่า สอนเรียนการสอน คืออุปกรณ์ทั้งหลายที่สามารถช่วยเสนอความรู้ให้แก่ผู้เรียนจนเกิดผลการเรียนที่ดี ทั้งที่มีความหมายรวมถึงกิจกรรมต่างๆ ที่ไม่เฉพาะแต่สิ่งที่เป็นวัตถุหรือเครื่องมือเท่านั้น

เอ็ดการ์ เดล (Edgar Dale 1969) ได้กล่าวสรุปถึงความสำคัญของสอนไว้ ดังนี้

1. สอน ช่วยสร้างรากฐานที่เป็นรูปธรรมขึ้นในความคิดของผู้เรียน การฟังเพียงอย่างเดียว นั้นผู้เรียนจะต้องใช้จินตนาการเข้าช่วยด้วย เพื่อให้สิ่งที่ป็นนามธรรมเกิดเป็นรูปธรรมขึ้นในความคิด แต่สำหรับสิ่งที่ยุ่งยากซับซ้อน ผู้เรียนย่อมไม่มีความสามารถจะทำได้ การใช้อุปกรณ์เข้าช่วยจะทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจและสร้างรูปธรรมขึ้นในใจได้

2. สอน ช่วยสร้างความสนใจของผู้เรียน เพราะผู้เรียนสามารถใช้ประสาทสัมผัสได้ด้วยตา หู และการเคลื่อนไหว จับต้องได้ แทนการฟังหรือดูเพียงอย่างเดียว

3. เป็นรากฐานในการพัฒนาการเรียนรู้และช่วยความทรงจำอย่างถาวร ผู้เรียนจะสามารถนำไปประสบการณ์เดิมไปสัมพันธ์กับประสบการณ์ใหม่ๆ ได้ เมื่อมีพื้นฐานประสบการณ์เดิมที่ดีอยู่แล้ว

4. ช่วยให้ผู้เรียนได้มีพัฒนาการทางความคิด ซึ่งต่อเนื่องเป็นอันหนึ่งอันเดียวกัน ทำให้เห็นความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกับสิ่งต่างๆ เช่น เวลา สถานที่ วัฏจักรของสิ่งมีชีวิต

5. ช่วยเพิ่มทักษะในการอ่านและเสริมสร้างความเข้าใจในความหมายของคำใหม่ๆ ให้มากขึ้น ผู้เรียนที่อ่านหนังสือซ้ำก็จะสามารถอ่านได้ทันพวกที่อ่านเร็วได้ เพราะได้ยินเสียงและได้เห็นภาพประกอบกัน

สมคิด พรหมจ้อย (2547) กล่าวถึงความสำคัญของสอนไว้ ดังนี้

1. เป็นเครื่องมือหรืออุปกรณ์ที่จะเอื้อให้ครู สามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้บรรลุเป้าหมายตามที่หลักสูตรต้องการได้ง่ายยิ่งขึ้น

2. การเรียนรู้ด้วยสื่อจะทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายและมีความยั่งยืน

3. ผู้เรียนสามารถสัมผัส และต้องจากของจริงซึ่งหมายถึงการลงมือปฏิบัติกิจกรรม โดยมีสื่อ อุปกรณ์ เป็นเครื่องมือช่วย

4. สื่อการเรียนการสอนสร้างความสนใจ อยากรู้ อยากเรียน อยากดู อยากเห็นของผู้เรียน
5. ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์
6. สื่อ สามารถย่อขนาด ย่นระยะทาง และเวลา
7. สื่อสามารถเปลี่ยนนามธรรมเป็นรูปธรรม ง่ายแก่การเข้าใจ
8. ทำสิ่งยากเป็นสิ่งง่าย

จากแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) และแนวคิด และทฤษฎีเกี่ยวกับสื่อการสอน ผู้สอนจึงได้ออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรม ค้นพบความรู้ด้วยตนเอง พร้อมทั้งออกแบบสื่ออุปกรณ์ที่จับต้องได้ ซึ่งจะช่วยอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ ให้ผู้เรียนเห็นภาพชัดเจนและสร้างความเข้าใจได้ง่ายขึ้น

3.2 ประสิทธิภาพของผลงาน

การพัฒนาทักษะการคิดแก้ปัญหา โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อนวัตกรรม (Unit Circle Board) เรื่อง ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยมีนักเรียนจำนวน 23 คน เป็นกลุ่มตัวอย่าง การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้ในครั้งนี้ ได้ดำเนินการ ทดลองตามแบบแผนการวิจัยขั้นพื้นฐาน (Pre-Experimental Design) แบบหนึ่งกลุ่ม ทดสอบก่อน ทดสอบ หลัง (One Group Pretest Posttest Design) เครื่องมือที่ใช้ในการดำเนินงาน

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบ เสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อนวัตกรรม (Unit Circle Board) แผนละ 1 ชั่วโมง รวม 5 ชั่วโมง
2. แบบทดสอบวัดทักษะการคิดแก้ปัญหา เรื่อง ค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ จำนวน 1 ฉบับ เป็นการ ทดสอบประเภทปรนัย ชนิด 4 ตัวเลือก โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน คือ ตอบถูกได้ 1 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน จำนวน 10 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนน โดยมีค่าประสิทธิภาพตามเกณฑ์มาตรฐาน 80/80 (ชัยยงค์ พรหมวงศ์, 2516)

การสร้างและพัฒนาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการดำเนินงาน

เครื่องมือที่ใช้ในการดำเนินงาน มีรายละเอียดการสร้างและพัฒนาคุณภาพของเครื่องมือ ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบ เสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อนวัตกรรม (Unit Circle Board) แผนละ 1 ชั่วโมง รวม 5 ชั่วโมง ซึ่งได้ ดำเนินการสร้างตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

1.1 ศึกษาและวิเคราะห์หลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) และหลักสูตรสถานศึกษา สาระจำนวนและพีชคณิต ข้อ 2 ผลการเรียนรู้ ม.5/1 เข้าใจฟังก์ชันตรีโกณมิติและลักษณะกราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติและนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

1.2 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) และแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวกับการสอน

1.3 วิเคราะห์ปัญหาที่ได้จากการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ในกิจกรรมเปิดชั้นเรียน (Open Class) ร่วมกับครูที่สอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เพื่อวางแผนและจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้

1.4 สร้างและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อวัตรกรรม (Unit Circle Board) โดยมีจำนวน 5 แผน ใช้ระยะเวลาในการจัดกิจกรรม 5 ชั่วโมง

1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญกลุ่มสาระการเรียนรู้ หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้ รองผู้อำนวยการกลุ่มบริหารวิชาการ และผู้อำนวยการโรงเรียนนวมินทราชินูทิศ เตรียมอุดมศึกษาน้อมเกล้า เพื่อขออนุมัติใช้หน่วยการเรียนรู้และแผนการจัดการเรียนรู้ดังกล่าว

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงแก้ไขให้สมบูรณ์แล้วนำไปใช้จริงกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

2. แบบทดสอบวัดทักษะการคิดแก้ปัญหา เรื่อง ค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ จำนวน 1 ฉบับ เป็นการทดสอบประเภทปรนัย ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ เพื่อนำไปใช้ทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน มีขั้นตอนการสร้างเครื่องมือ ดังนี้

2.1 ศึกษาหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 3 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และศึกษาทฤษฎี หลักการเขียน และสร้างแบบทดสอบปรนัย

2.2 วิเคราะห์ผลการเรียนรู้ ให้ครอบคลุมสาระการเรียนรู้ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ เพื่อให้ข้อสอบมีความสอดคล้องกับเนื้อหาและผลการเรียนรู้

2.3 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ เรื่อง ค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ เป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก 1 ฉบับ จำนวน 10 ข้อ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน คือ ตอบถูกได้ 1 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน

2.4 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ เรื่อง ค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญกลุ่มสาระการเรียนรู้ และนำแบบทดสอบมาปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

2.5 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ เรื่อง ค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ไปทดลองใช้ (try out) กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/4 จำนวน 23 คน

2.6 นำแบบทดสอบวัดทักษะการคิดแก้ปัญหา เรื่อง ค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ที่ปรับปรุงแก้ไขสมบูรณ์แล้ว ไปใช้เป็นเครื่องมือการดำเนินงานกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

3.3 การดำเนินงานพัฒนาตามกิจกรรม หรือแผนการบริหารจัดการที่กำหนด

วิธีการดำเนินงานแบ่งออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นก่อนการทดลอง

1.1 สร้างเครื่องมือการดำเนินงาน ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ก่อนและหลังเรียน

1.2 ชี้แจงทำความเข้าใจกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในเรื่องของขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อวัตรกรรม (Unit Circle Board)

1.3 นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ก่อนเรียน (Pretest)

2. ขั้นทดลอง

ดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อวัตรกรรม (Unit Circle Board) จำนวน 5 แผน สัปดาห์ละ 4 ชั่วโมง รวม 5 ชั่วโมง เป็นระยะเวลา 5 วัน ซึ่งการจัดการเรียนรู้มีกระบวนการ 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนซึ่งอาจเกิดความสนใจ ความสงสัย จากเหตุการณ์ที่กำลังเกิดขึ้น เป็นการกระตุ้นให้เกิดความสนใจใคร่รู้ นำไปสู่ประเด็นที่จะศึกษาค้นคว้าให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและค้นหา (Exploration) เป็นการทำความเข้าใจในประเด็นที่ศึกษา วิธีการศึกษา อาจเป็นการตรวจสอบ การทดลอง การปฏิบัติ การสืบค้นความรู้ เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูลอย่างพอเพียงในการที่จะใช้ในขั้นต่อไป

ขั้นที่ 3 ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) เป็นการนำข้อมูลข้อสนเทศที่ได้มาวิเคราะห์ แปลผล สรุปผล และนำเสนอในรูปแบบของภาพวาด ตาราง แผนภูมิ การค้นพบในขั้นนี้อาจเป็นการสนับสนุนหรือโต้แย้งสมมติฐานก็ได้ ผลที่ได้สามารถสร้างความรู้และช่วยให้เกิดการเรียนรู้ได้

ขั้นที่ 4 ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) เป็นการนำความรู้ที่สร้างขึ้นไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิม หรือแนวคิดที่ได้ค้นคว้าเพิ่มเติม หรือนำข้อสรุปไปอธิบายสถานการณ์เหตุการณ์ต่าง ๆ ทำให้เกิดความรู้ที่กว้างขึ้น

ขั้นที่ 5 ประเมิน (Evaluation) เป็นการประเมินการเรียนรู้ด้วยกระบวนการต่าง ๆ ว่ามีความรู้ อะไรบ้าง รู้มากน้อยเพียงใดและนำไปประยุกต์ความรู้สู่เรื่องอื่น ๆ

3. ขั้นหลังการทดลอง

3.1 ภายหลังเสร็จสิ้นการดำเนินการทดลองสอน ให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน (Posttest)

3.2 ให้นักเรียนแต่ละคน นำสิ่งที่ได้เรียนรู้ สรุปเป็นแผนภาพลงในกระดาษ A4

4. ขั้นการนำไปใช้

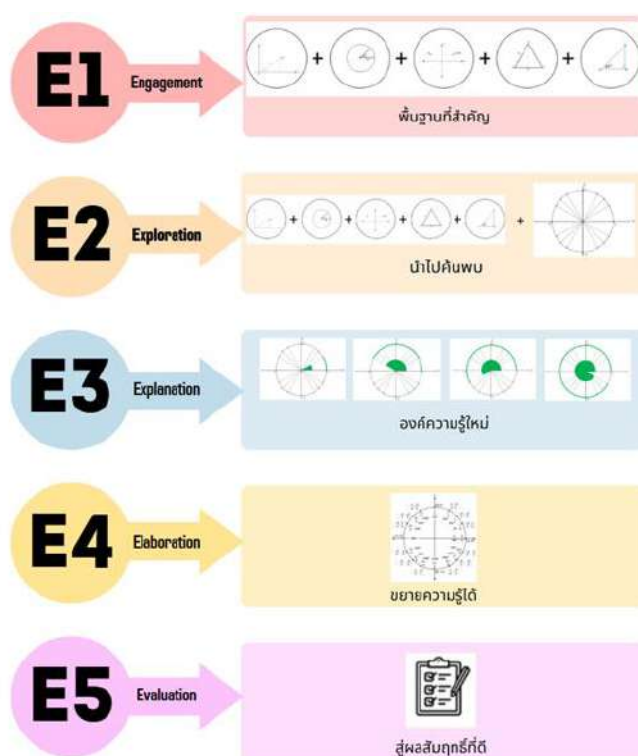
- 4.1 จัดทำเอกสารหน่วยการเรียนรู้และแผนการจัดการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรมชัดเจน
- 4.2 จัดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้วัฒนธรรมการจัดการเรียนรู้เพื่อสร้างชุมชนแห่งการเรียนรู้ทางวิชาชีพ (PLC) ในโรงเรียน ผ่านการประชุมครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
- 4.3 ชี้แจง ทำความเข้าใจกับผู้ที่มีส่วนร่วมไปใช้ นิเทศติดตาม ให้ความช่วยเหลือระหว่างการนำวัฒนธรรมไปใช้ และให้คำปรึกษา

5. ขั้นการประเมินและการปรับปรุง

ภายหลังการทดลองสอน ให้นักเรียนทำแบบสอบถามความพึงพอใจที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อวัตรกรรม (Unit Circle Board) เพื่อนำผลที่ได้ไปปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ต่อไป

3.4 ประสิทธิภาพของการดำเนินงาน

มีกิจกรรมการปฏิบัติปรากฏชัดเจนเป็นลำดับขั้นตอนในการพัฒนาทักษะการคิดแก้ปัญหาโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อวัตรกรรม (Unit Circle Board) เรื่องฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สามารถนำไปปฏิบัติได้จริง ซึ่งมีวิธีการดำเนินกิจกรรม ดังนี้



4. ผลการดำเนินการ/ผลสัมฤทธิ์/ประโยชน์ที่ได้รับ

4.1 ผลที่เกิดตามวัตถุประสงค์

จากผลการดำเนินงานการพัฒนาทักษะการคิดแก้ปัญหาโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อวัตรกรรม (Unit Circle Board) เรื่อง ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/4 ร้อยละ 80 ขึ้นไป มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และมีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ในระดับมากขึ้นไป

ตาราง ผลการทดสอบก่อนและหลังเรียนโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อวัตรกรรม (Unit Circle Board) เรื่อง ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เลขที่	ชื่อ – สกุล	คะแนนแบบทดสอบ	
		ก่อนเรียน (10 คะแนน)	หลังเรียน (10 คะแนน)
1	นายพิสิฐพงศ์ สมหวัง	1	10
2	นายกันดินันท์ พลอยโพรงสุข	3	7
3	นายชวลิตวิทย์ บุณนาค	2	9
4	นายธีรพล เสถียรฤกษ์	3	9
5	นายกิตติกานต์ กตัญญู	2	8
6	นายนิติพงศ์ ยิ้มสว่าง	3	10
7	นายธราเทพ ชินวงศ์	3	9
8	นายวรรณัฐ เอี่ยมสถิตย์	1	10
9	นายนิติพัทธ์ จำนงค์กิจพานิช	0	7
10	นายพงศภัค ทาทะวงศ์	3	10
11	นายคุณานนต์ ต้องใจ	1	10
12	นายฐานวัฒน์ นันต์ธนาสินธุ์	3	9
13	นางสาวชนิสาร์ หงส์พัฒนานุกุล	3	5
14	นางสาวนภัทร เสถียรฤกษ์	1	7
15	นางสาวณิชชา พรหมธีราช	4	8
16	นางสาวนนท์นลิน รุ่งภักดีสวัสดิ์	2	9
17	นางสาวขวัญนภา สังกุล	3	9
18	นางสาวมุกิตา มานะศิลป์	6	9
19	นางสาวสุธิมนต์ คงจ้อย	3	8
20	นางสาวฐิติชญา พึ่งสมบูรณ์	3	10
21	นางสาวพลอยนิชา ตุ่มอ่อน	2	8
22	นางสาวกานต์สิริ จิตตรง	5	8
23	นางสาวชินเวียร์ สะมาเยะ	1	9

ตาราง สรุปผลการทำแบบทดสอบก่อนเรียน และหลังเรียน โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อวัตรกรรม (Unit Circle Board) เรื่อง ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ระดับห้องเรียน	คะแนนแบบทดสอบ		ผลต่าง
	ค่าเฉลี่ยคะแนนก่อนเรียน	ค่าเฉลี่ยคะแนนหลังเรียน	
ม.5/4	2.52	8.61	+6.09

จากตารางแสดงผลการทำแบบทดสอบก่อนเรียน และหลังเรียน โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อวัตรกรรม (Unit Circle Board) เรื่อง ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า ค่าเฉลี่ยคะแนนก่อนเรียนของนักเรียน ม.5/4 มีค่าเท่ากับ 2.52 คะแนน และค่าเฉลี่ยคะแนนหลังเรียนของนักเรียน ม.5/4 มีค่าเท่ากับ 8.61 คะแนน

ตาราง สรุปความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อวัตรกรรม (Unit Circle Board) เรื่อง ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หัวข้อในการประเมิน	ระดับความพึงพอใจ
1. มีความเข้าใจในความรู้พื้นฐาน	มาก
2. มีความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียน	มาก
3. สามารถนำสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปประยุกต์แก้ปัญหาได้	มาก
4. ความพึงพอใจในภาพรวม	มากที่สุด
5. สิ่งที่นักเรียนอยากบอก สนุกดีคับ/เข้าใจสุดๆครู/ขอบคุณครับ/เรียนแล้วเข้าใจมากขึ้น/เรียนง่ายมากกเข้าใจมากขึ้นสุดๆ  / เรียนแล้วเข้าใจมากขึ้นคะ/หนูเรียนเข้าใจมากขึ้นกว่าเดิมมากมากคะ   /เข้าใจอยู่ครับ/เข้าใจเนื้อหา กว่าเดิมมากขึ้น/เนื้อหาน่าสนใจและมีความเข้าใจง่ายมาก/สอนดีมากค่า/คุณครูสอนได้เข้าใจได้ง่าย/ ครูเก่งมากค่า หนูพูดด้วยความจริงใจ หนูเข้าใจมากขึ้น/ชีวะค่าบ/เข้าใจโอเคเลยครับ/ขอบคุณที่คุณครูสอน ผมครับ/เข้าใจในเรื่องที่เรียนได้มากขึ้นจากการทำกิจกรรมนี้เลยคะ เห็นภาพแล้วก็ได้ลงมือทำจากบอร์ด วงกลมที่ครูให้มา	

4.2 ผลสัมฤทธิ์ของงาน

ผลการดำเนินงานการพัฒนาทักษะการคิดแก้ปัญหาโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อวัตรกรรม (Unit Circle Board) เรื่อง ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า สามารถแก้ปัญหาและพัฒนาผู้เรียนได้ตรงตามวัตถุประสงค์และเป้าหมายอย่างครบถ้วน ผู้เรียนมีความสนใจและกระตือรือร้นที่จะเรียนรู้ มีความภาคภูมิใจที่สามารถสรุปความรู้จากการเรียนรู้ด้วยตนเองได้ ทำให้มีความเข้าใจในเนื้อหาที่ลึกซึ้งและคงทน เกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาและนำไปสู่การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

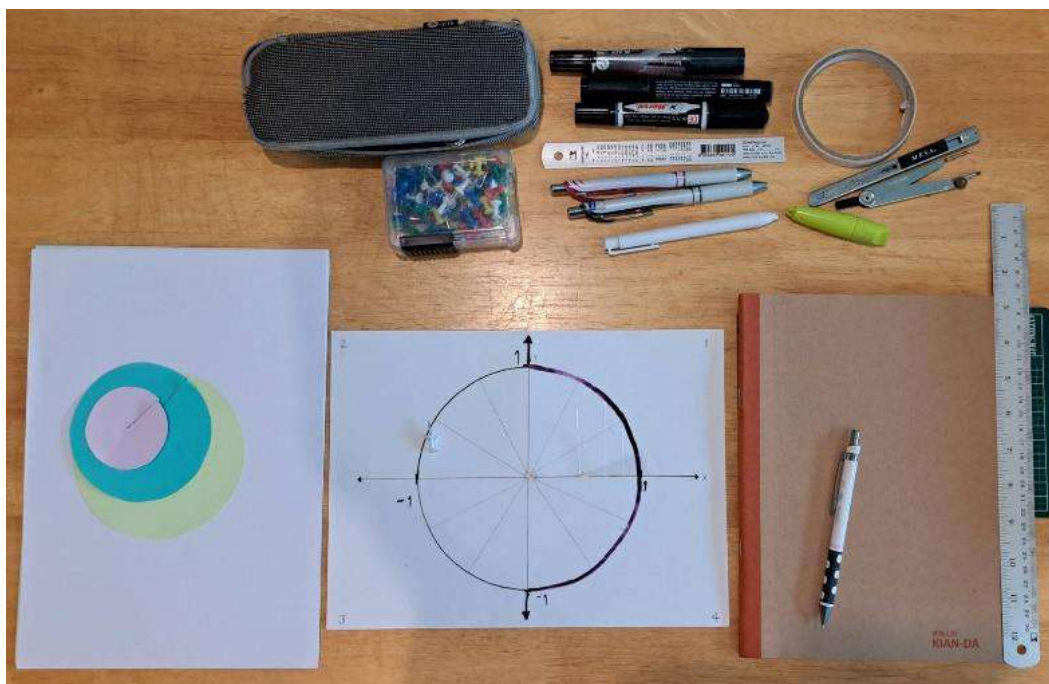
5. บทเรียนที่ได้รับ (Lesson Learned)

การพัฒนาทักษะการคิดแก้ปัญหาโดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อวัตรกรรม (Unit Circle Board) เรื่อง ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ของผู้เรียนดีขึ้น สอดคล้องกับทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ของ Rodger W. Bybee และทีมงาน (1987) ซึ่งได้พัฒนาแบบจำลอง 5E ขึ้นมาเพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการมีส่วนร่วมของผู้เรียนในการสร้างความเข้าใจด้วยตนเองผ่านการลงมือปฏิบัติและสำรวจ อีกทั้งยังสอดคล้องกับ ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2539) ซึ่งกล่าวว่า สื่อการสอน หมายถึง วัสดุอุปกรณ์และวิธีการที่ใช้เป็นสื่อกลางให้ผู้สอนสามารถส่งหรือถ่ายทอดความรู้ เจตคติและทักษะไปยังผู้เรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ข้อเสนอแนะ/ข้อเสนอแนะและข้อควรระวังในการนำผลงานไปประยุกต์ใช้คือ แผ่นวงกลมจะสามารถหมุนได้เฉพาะทิศทางบวกไม่เกิน 1 รอบ และแนวทางการพัฒนาเพิ่มเติม คือ พัฒนาวัสดุที่ใช้ทำสื่อให้มีความแข็งแรง คงทน สวยงาม หรือสะดวกต่อการใช้งานมากขึ้น อีกทั้งพัฒนารายละเอียดของสื่อ ให้ช่วยให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจ เห็นภาพได้ง่ายและชัดเจนขึ้น

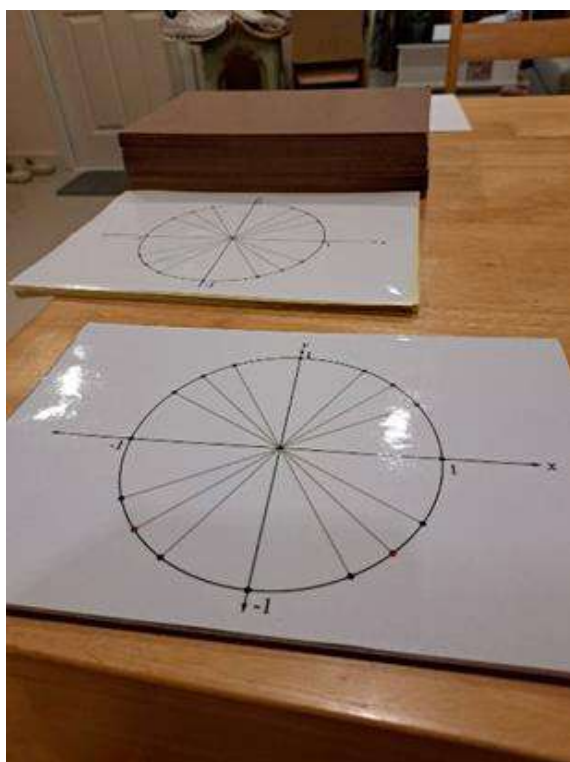
6. การเผยแพร่/การได้รับการยอมรับหรือรางวัลที่ได้รับ

1. เผยแพร่แก่คณะครูในโรงเรียนโดยการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ในชุมชนแห่งการเรียนรู้ทางวิชาชีพ (PLC) ระหว่างครูผู้สอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
2. เผยแพร่แก่คณะครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ เตรียมอุดมศึกษาน้อมเกล้า
3. เผยแพร่ผ่านเว็บไซต์โรงเรียนนวมินทราชินูทิศ เตรียมอุดมศึกษาน้อมเกล้า www.ntun.ac.th

ภาคผนวก



การออกแบบสื่อในช่วงเริ่มต้น

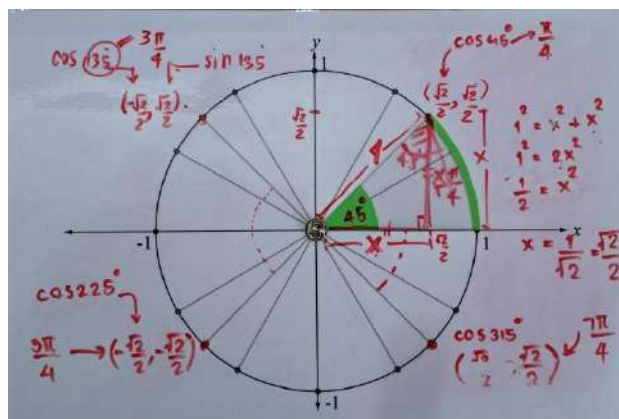


การผลิตสื่อ กระดานวงกลมหนึ่งหน่วย (Unit Circle Board)

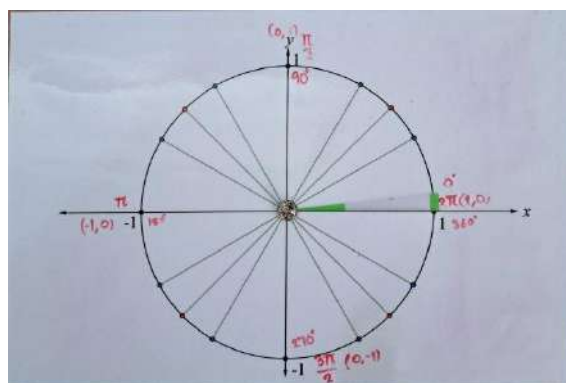
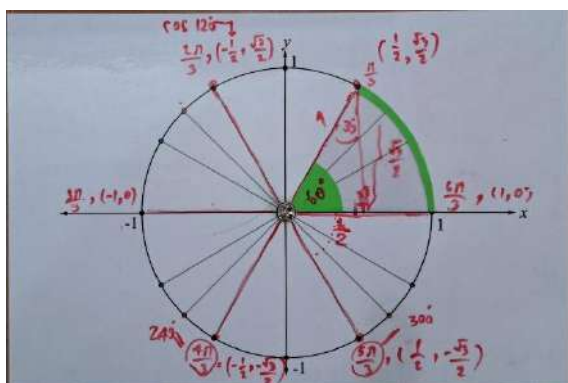


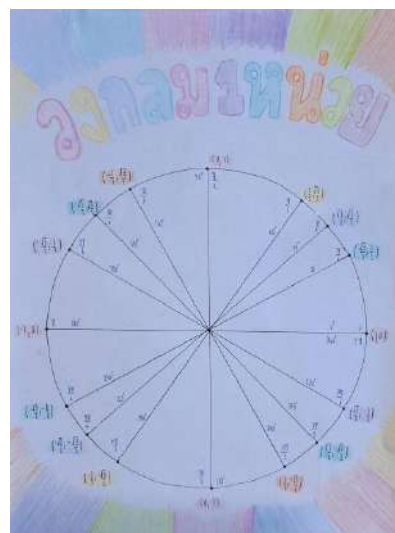
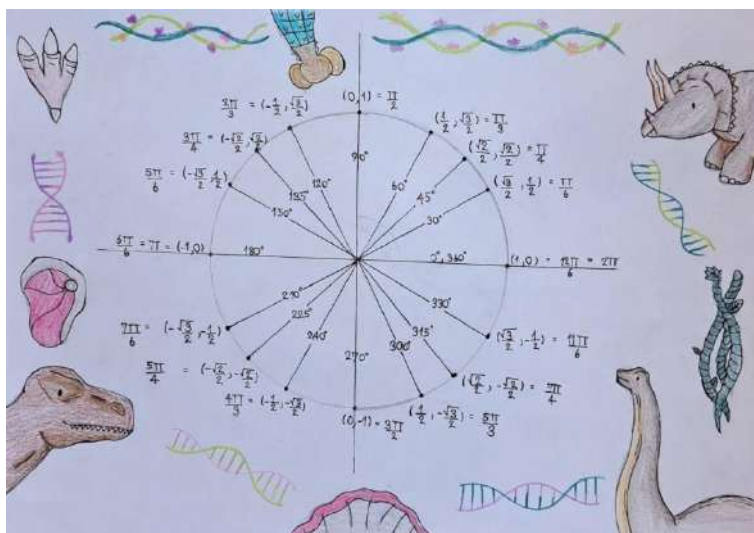
การจัดการเรียนรู้ โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อนวัตกรรม (Unit Circle Board) เรื่อง ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5



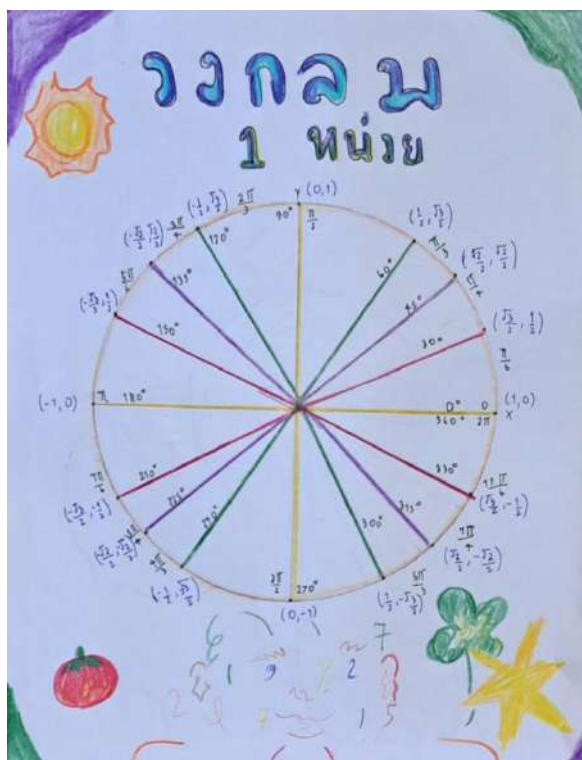
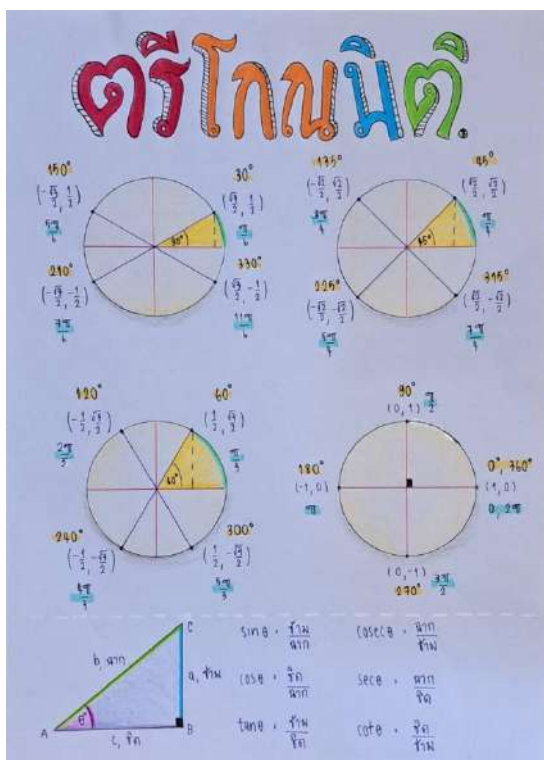


การจัดการเรียนรู้ โดยใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อวัตกรรม (Unit Circle Board) เรื่อง ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5





ตัวอย่างผลงานของนักเรียน





แผนการจัดการเรียนรู้

เรื่อง.....ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์.....เวลา.....1.....ชั่วโมง
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ.....รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 3.....
 รหัสวิชา ค32201.....ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.....
 ผู้สอน.....นางสรารัตน์ เผ่าพหล.....

1. มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด/ผลการเรียนรู้

1.1 ผลการเรียนรู้

- เข้าใจฟังก์ชันตรีโกณมิติและลักษณะกราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติและนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

2.1 ด้านความรู้ (K)

1. ผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานในการหาค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริง/มุม บางจำนวน
2. ผู้เรียนสามารถบอกค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริง/มุม บางจำนวนได้

2.2 ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ (P)

1. ผู้เรียนมีความสามารถในการสื่อสาร
2. ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา

2.3 ด้านคุณลักษณะประจำวิชา (A)

1. ผู้เรียนมีวินัยในตนเอง
2. ผู้เรียนมีความมุ่งมั่นในการทำงาน

3. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

การหาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ เป็นพื้นฐานที่สำคัญในการศึกษาบทเรียนฟังก์ชันตรีโกณมิติ ซึ่งฟังก์ชันตรีโกณมิติที่ศึกษาในระดับชั้นนี้ได้แก่ $\sin$, $\cos$, $\tan$, cosec , $\sec$ และ $\cot$ โดยสำหรับจำนวนจริง θ ใดๆ

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad \text{เมื่อ } \cos \theta \neq 0$$

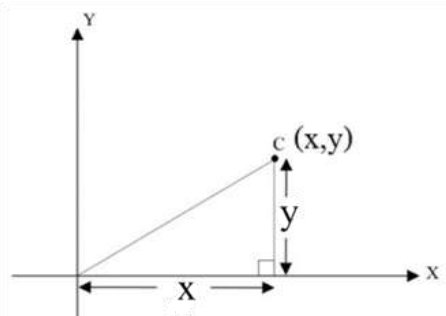
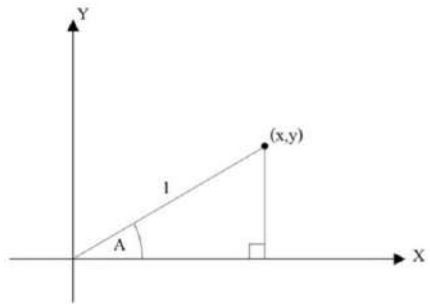
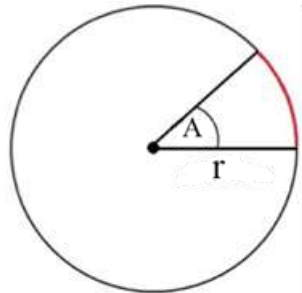
$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta} \quad \text{เมื่อ } \sin \theta \neq 0$$

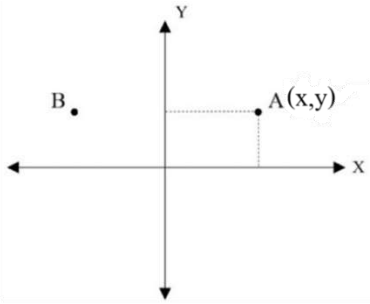
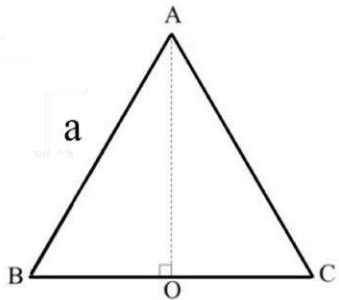
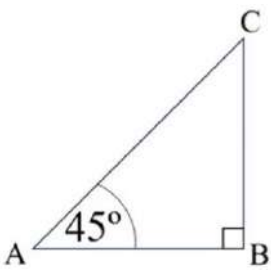
$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \quad \text{เมื่อ } \cos \theta \neq 0$$

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \quad \text{เมื่อ } \sin \theta \neq 0$$

จะเห็นว่าการทราบเพียงค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ ก็จะสามารถหาค่าของฟังก์ชันอื่นๆได้จากนิยาม ดังนั้น ในหัวข้อนี้ จะกล่าวถึงการหาค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริง/มุม บางจำนวน

สำหรับการหาค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริง/มุม บางจำนวน สามารถหาได้โดยใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่เคยศึกษามาแล้ว ดังนี้

1. 	ถ้ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากในระนาบ XY มีด้านประกอบมุมฉากยาว x และ y ดังรูป จะได้ว่า จุด c จะมีพิกัดเป็น (x, y) และทำนองเดียวกัน หากจุด c มีพิกัดเป็น (x, y) จะได้ว่า ด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมจะเป็น x และ y ดังรูปเช่นกัน
2. 	ถ้ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากในระนาบ XY มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 1 หน่วย มุมที่วัดจากแกน X ในทิศทวนเข็มนาฬิกาเป็นมุม A และมีพิกัด (x, y) ที่จุดปลาย ดังรูป จากความรู้พื้นฐานในข้อ 1. จะได้ว่า $\sin A = \frac{y}{1} = y \quad \text{และ} \quad \cos A = \frac{x}{1} = x$ หรือกล่าวได้ว่า $(x, y) = (\cos A, \sin A)$ นั่นเอง
3. 	จากรูป หากเส้นรอบวงของวงกลมรัศมี r แบ่งได้ n ส่วน โดยแต่ละส่วนมีความยาวเท่ากับ ความยาวส่วนโค้งที่รองรับมุม A จะได้ว่า ความยาวส่วนโค้งที่รองรับมุม A หาได้จาก นำความยาวเส้นรอบวงของวงกลมหารด้วย n ดังนั้น ความยาวส่วนโค้งที่รองรับมุม $A = \frac{2\pi r}{n}$

4. 	กำหนดให้จุด $A(x,y)$ เป็นจุดที่อยู่ในจตุภาคที่ 1 และ B เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนจุด A ผ่านแกน Y ดังรูป เราจะสามารถบอกพิกัดของจุด B ได้จากหลักการสะท้อน ดังนั้น จุด B จะมีพิกัด คือ $(-x,y)$ และในทำนองเดียวกันก็จะสามารถระบุพิกัดที่อยู่ในจตุภาคที่ 3 และ 4 โดยใช้หลักการสะท้อนเช่นกัน
5. 	กำหนดรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ABC ให้แต่ละด้านยาว a หน่วย และ $AO \perp BC$ จะได้ว่า มุม $B = 60^\circ$ (มุมของสามเหลี่ยมด้านเท่า) มุม BAC และด้าน BC ถูกแบ่งเป็น 2 ส่วนเท่าๆกัน ดังนั้น มุม $BAO = 30^\circ$ และด้าน $BO = \frac{a}{2}$ ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่า หากมีรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาดมุมที่เหลือเป็น 30° และ 60° จะได้ว่าความยาวด้านตรงข้ามมุม 30° จะเป็นครึ่งหนึ่งของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก
6. 	กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม B เป็นมุมฉาก และมุม $A = 45^\circ$ จะได้ว่า มุม $C = 45^\circ$ (มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมจะรวมกันได้ 180°) ดังนั้นจะสรุปได้ว่า $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว โดย ด้าน $AB = CB$

ซึ่งจากความรู้พื้นฐานข้างต้น จะสามารถนำมาประกอบกันเป็นเหตุผลในการสรุปค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ได้ ดังนี้

กลุ่ม 30°			
θ มุม(องศา)	θ ความยาว	$\cos\theta$	$\sin\theta$
30 °	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
150 °	$\frac{5\pi}{6}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
210 °	$\frac{7\pi}{6}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$
330 °	$\frac{11\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$

กลุ่ม 45°			
θ มุม(องศา)	θ ความยาว	$\cos\theta$	$\sin\theta$
45 °	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
135 °	$\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
225 °	$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
315 °	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$

กลุ่ม 60°			
θ มุม(องศา)	θ ความยาว	$\cos\theta$	$\sin\theta$
60 °	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
120 °	$\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
240 °	$\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
300 °	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

กลุ่ม 90°			
θ มุม(องศา)	θ ความยาว	$\cos\theta$	$\sin\theta$
0 ° , 360 °	0 , 2π	1	0
90 °	$\frac{\pi}{2}$	0	1
180 °	π	-1	0
270 °	$\frac{3\pi}{2}$	0	-1

4. สาระการเรียนรู้แกนกลาง/เพิ่มเติม

- ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

5. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ผู้เรียนมีความสามารถในการสื่อสาร
2. ผู้เรียนมีความสามารถในการคิด
3. ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา

6. ชิ้นงาน/ภาระงาน

1. กิจกรรมเกม Kahoot ตอบคำถามวัดความรู้พื้นฐาน
2. ใบงานสรุปค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริง/มุม บางจำนวน
3. แบบทดสอบท้ายคาบ
4. ใบงานสรุปค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติของจำนวนจริง/มุม บางจำนวน

7. การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัด	เครื่องมือ	เกณฑ์การผ่าน
ด้านความรู้ (K)			
1. ผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานในการหาค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริง/มุม บางจำนวน 2. ผู้เรียนสามารถบอกค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริง/มุม บางจำนวนได้	- ประเมินจากการตอบคำถามในเกม Kahoot - ประเมินจากใบงานสรุปค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริง/มุม บางจำนวน	- เกม Kahoot - ใบงานสรุปค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริง/มุม บางจำนวน	- ผู้เรียนได้คะแนนร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม ถือว่าผ่านเกณฑ์การประเมิน - ผู้เรียนได้คะแนนร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม ถือว่าผ่านเกณฑ์การประเมิน
ด้านทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ (P)			
1. ผู้เรียนมีความสามารถในการสื่อสาร 2. ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา	- ประเมินจากการทำแบบทดสอบท้ายคาบ - ประเมินจากการทำแบบทดสอบหลังเรียน	- แบบทดสอบท้ายคาบ - แบบทดสอบหลังเรียน	- ผู้เรียนได้คะแนนร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม ถือว่าผ่านเกณฑ์การประเมิน - ผู้เรียนได้คะแนนร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม ถือว่าผ่านเกณฑ์การประเมิน
ด้านคุณลักษณะประจำวิชา (A)			
1. ผู้เรียนมีวินัยในตนเอง 2. ผู้เรียนมีความมุ่งมั่นในการทำงาน	- สังเกตจากพฤติกรรมของผู้เรียน	- แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	- ผู้เรียนได้คะแนนระดับคุณภาพดีขึ้นไป ถือว่าผ่านเกณฑ์การประเมิน
สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน			
1. ผู้เรียนมีความสามารถในการสื่อสาร 2. ผู้เรียนมีความสามารถในการคิด 3. ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา	- การประเมินสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	- แบบประเมินสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	- ผู้เรียนได้คะแนนระดับคุณภาพดีขึ้นไป ถือว่าผ่านเกณฑ์การประเมิน

8. กระบวนการจัดการเรียนรู้

ใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ (5E) ร่วมกับสื่อวัตรกรรม (Unit Circle Board)

ขั้นที่ 1 สร้างความสนใจ (Engagement)

1. ครูกระตุ้นความสนใจ ให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจในการเรียนรู้โดยให้ผู้เรียนพิจารณาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติที่ควรทราบในระดับชั้นม.3 และระดับชั้นม.5 ดังนี้
ค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติที่ควรทราบในระดับชั้นม.3

	30°	45°	60°
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

ค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติที่ควรทราบในระดับชั้นม.5

กลุ่ม 30°							
θ มุม(องศา)	θ ความยาว	$\cos\theta$	$\sin\theta$	$\tan\theta$	$\operatorname{cosec}\theta$	$\sec\theta$	$\cot\theta$
30 °	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	2	$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
150 °	$\frac{5\pi}{6}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$	2	$-\frac{2}{\sqrt{3}} = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{3}$
210 °	$\frac{7\pi}{6}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	-2	$-\frac{2}{\sqrt{3}} = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
330 °	$\frac{11\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$	-2	$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{3}$

กลุ่ม 45°							
θ มุม(องศา)	θ ความยาว	$\cos\theta$	$\sin\theta$	$\tan\theta$	$\operatorname{cosec}\theta$	$\sec\theta$	$\cot\theta$
45 °	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$	1
135 °	$\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$\frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$	$-\frac{2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$	-1
225 °	$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$-\frac{2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$	$-\frac{2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$	1
315 °	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$	-1

กลุ่ม 60°							
θ มุม(องศา)	θ ความยาว	$\cos\theta$	$\sin\theta$	$\tan\theta$	$\operatorname{cosec}\theta$	$\sec\theta$	$\cot\theta$
60 °	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$	2	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
120 °	$\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\sqrt{3}$	$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$	-2	$-\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$
240 °	$\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$	$-\frac{2}{\sqrt{3}} = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$	-2	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
300 °	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{2}{\sqrt{3}} = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2	$-\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

กลุ่ม 90°							
θ มุม(องศา)	θ ความยาว	$\cos\theta$	$\sin\theta$	$\tan\theta$	$\operatorname{cosec}\theta$	$\sec\theta$	$\cot\theta$
0 ° , 360 °	0 , 2π	1	0	0	-	1	-
90 °	$\frac{\pi}{2}$	0	1	-	1	-	0
180 °	π	-1	0	0	-	-1	-
270 °	$\frac{3\pi}{2}$	0	-1	-	-1	-	0

โดยจะเห็นว่าค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติที่ควรทราบในระดับชั้นม.3 นั้นยังมีไม่มาก จะยังพอจำได้ แต่ค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติที่ควรทราบในระดับชั้นม.5 อาจจำได้ไม่หมด ซึ่งเราทราบมาแล้วว่า

สำหรับจำนวนจริง θ ใดๆ

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad \text{เมื่อ } \cos \theta \neq 0$$

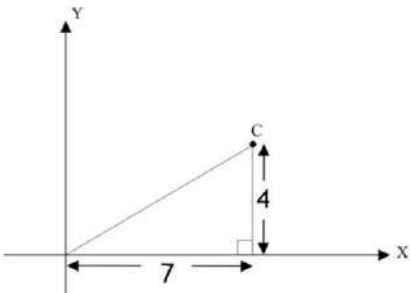
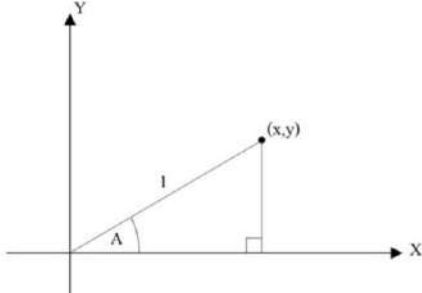
$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta} \quad \text{เมื่อ } \sin \theta \neq 0$$

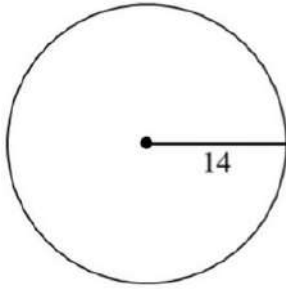
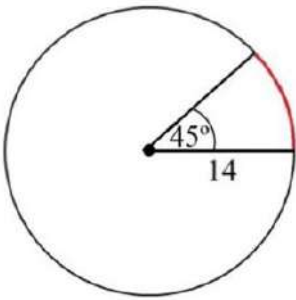
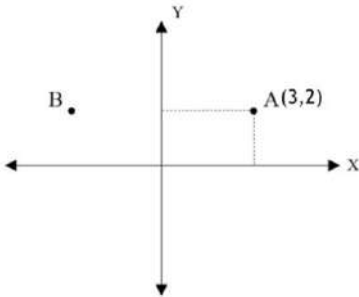
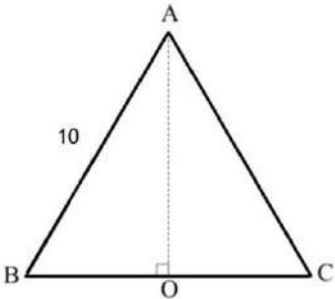
$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \quad \text{เมื่อ } \cos \theta \neq 0$$

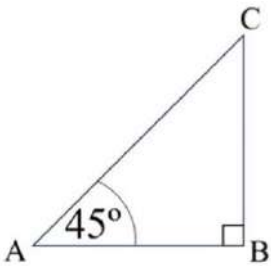
$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \quad \text{เมื่อ } \sin \theta \neq 0$$

ดังนั้น จะเห็นว่าการทราบเพียงค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ ก็จะสามารถหาค่าของฟังก์ชันอื่นๆได้จากนิยาม ซึ่งกิจกรรมในวันนี้จะทำให้เราสามารถบอกค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ได้เหมือนในตาราง โดยใช้ความรู้พื้นฐานเพียงไม่กี่ข้อเท่านั้น

2. ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวน/อภิปราย ความรู้พื้นฐานที่จำเป็นในการหาค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริง/มุม บางจำนวน ดังนี้

1. 	ถ้ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากในระนาบ XY มีด้านประกอบมุมฉากยาว 7 หน่วย และ 4 หน่วย ดังรูป จะได้ว่า จุด c จะมีพิกัดเป็น (7,4) หรือกล่าวได้ว่า ถ้ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากในระนาบ XY มีด้านประกอบมุมฉากยาว x และ y จะได้ว่า จุด c จะมีพิกัดเป็น (x,y) และทำนองเดียวกัน หากทราบพิกัดของจุด c ก็จะได้ทราบความยาวด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมเช่นกัน
2. 	ถ้ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากในระนาบ XY มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 1 หน่วย มุมที่วัดจากแกน X ในทิศทางเข็มนาฬิกาเป็นมุม A และมีพิกัด (x,y) ที่จุดปลาย ดังรูป จากความรู้พื้นฐานในข้อ 1. จะได้ว่า $\sin A = \frac{y}{1} = y \quad \text{และ} \quad \cos A = \frac{x}{1} = x$ หรือกล่าวได้ว่า $(x,y) = (\cos A, \sin A)$ นั่นเอง

3. 	กำหนดวงกลมรัศมี 14 หน่วย ดังรูป ดังนั้น ความยาวรอบรูปของวงกลม $= 2\pi r = 2\left(\frac{22}{7}\right)(14) = 88 \text{ หน่วย}$
4. 	จากวงกลมในข้อ 3. หากต้องการหาความยาวส่วนโค้งที่รองรับมุม 45° ทำได้โดย พิจารณาว่าเส้นรอบวงของวงกลม สามารถแบ่งให้แต่ละส่วนมีความยาวเท่ากับความยาวส่วนโค้งที่รองรับมุม 45° ได้กี่ส่วน จะเห็นว่าแบ่งได้ 8 ส่วน ดังนั้น ความยาวส่วนโค้งที่รองรับมุม 45° จะเท่ากับ $\frac{88}{8} = 11$ หน่วย ดังนั้น หากต้องการหาความยาวส่วนโค้งที่รองรับมุมอื่นๆ ก็สามารถทำได้ในหลักการเดียวกัน
5. 	กำหนดให้จุด A(3,2) เป็นจุดที่อยู่ในจตุภาคที่ 1 และ B เป็นภาพที่ได้จากการสะท้อนจุด A ผ่านแกน Y ดังรูป เราจะสามารถบอกพิกัดของจุด B ได้จากหลักการสะท้อน ดังนั้น จุด B จะมีพิกัด คือ $(-3, 2)$ และในทำนองเดียวกันก็จะสามารถระบุพิกัดที่อยู่ในจตุภาคที่ 3 และ 4 โดยใช้หลักการสะท้อนเช่นกัน
6. 	กำหนดรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ABC ให้แต่ละด้านยาว 10 หน่วย และ $AO \perp BC$ จะได้ว่า มุม $B = 60^\circ$ (มุมของสามเหลี่ยมด้านเท่า) มุม BAC และด้าน BC ถูกแบ่งเป็น 2 ส่วนเท่าๆกัน ดังนั้น มุม BAO = 30° และด้าน BO = 5 หน่วย ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่า หากมีรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาดมุมที่เหลือเป็น 30° และ 60° จะได้ว่าความยาวด้านตรงข้ามมุม 30° จะเป็นครึ่งหนึ่งของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก

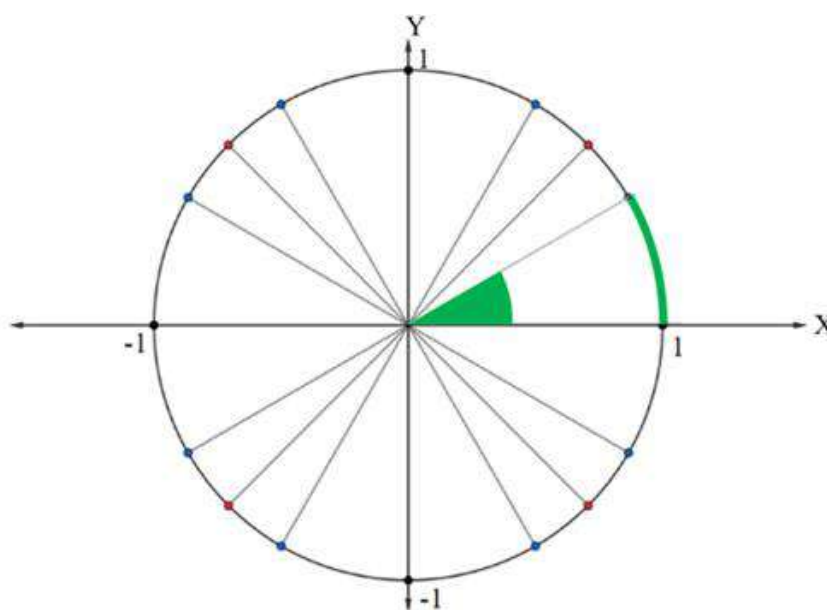
7. 	กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม B เป็นมุมฉาก และมุม $A = 45^\circ$ จะได้ว่า มุม $C = 45^\circ$ (มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมจะรวมกันได้ 180°) ดังนั้นจะสรุปได้ว่า $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว โดย ด้าน $AB = CB$
---	--

3. ครูและนักเรียนร่วมกันทำกิจกรรม เกม Kahoot (Trigonometry Basics Test) เพื่อวัดความเข้าใจ/ความรู้พื้นฐานที่จำเป็นในการหาค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริง/มุม บางจำนวน โดยให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการกำหนดเกณฑ์การให้รางวัลสำหรับผู้ที่จะชนะในการตอบคำถาม พร้อมกับอธิบายลักษณะของเกม จำนวนข้อ และเวลาในการตอบคำถามในแต่ละข้อ กล่าวชื่นชม ประเมิน ให้กำลังใจ สำหรับนักเรียนที่ตอบได้ถูกต้องหรือนักเรียนที่ชนะในการตอบคำถาม และให้ผู้ที่ได้รางวัลรับรางวัลเมื่อจบคาบเรียน

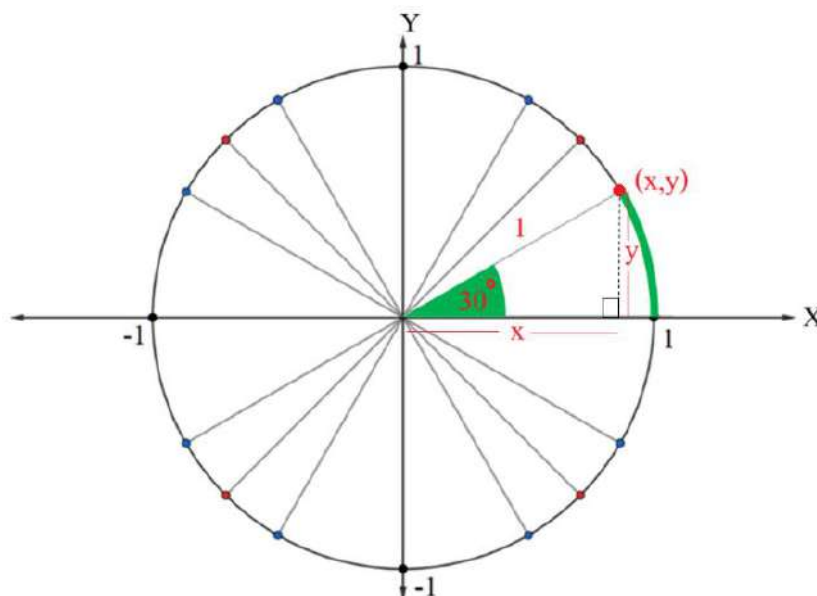
ขั้นที่ 2 สำรวจและค้นหา (Exploration) $\Leftrightarrow$ ขั้นที่ 3 อธิบายและลงข้อสรุป (Explanation)

4. ครูให้อุปกรณ์ 1 ชุด (กระดาษวงกลมหนึ่งหน่วยและปากกาไวท์บอร์ด)ต่อนักเรียน 2 คน และแนะนำการใช้กระดาษวงกลมหนึ่งหน่วยในการศึกษาค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ให้นักเรียนเบื้องต้น โดยในคาบนี้จะศึกษาเฉพาะกลุ่ม 30° ที่มีมุมในทิศทางบวกไม่เกิน 1 รอบ ซึ่งหากเข้าใจหลักการแล้วก็จะสามารถนำไปใช้ศึกษากลุ่ม 45° , 60° และ 90° ได้ในทำนองเดียวกัน ดังนี้

- เนื่องจากต้องการศึกษาค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของมุม 30° ดังนั้นให้หมุนแผ่นวงกลมไปเป็นมุม 30°



- ลากเส้นที่จุดปลายส่วนโค้งลงมาตั้งฉากกับแกน x จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมที่วัดจากแกน X ในทิศทวนเข็มนาฬิกาเป็นมุม 30° และมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 1 หน่วย (รัศมีของวงกลม) จากความรู้พื้นฐานในข้อ 1 จะได้ว่าหากทราบความยาวด้านประกอบมุมฉาก x และ y จะได้พิกัดที่จุดปลายส่วนโค้งคือ (x,y) และจากความรู้พื้นฐานในข้อ 2 จะได้ว่า $x = \cos 30^\circ$, $y = \sin 30^\circ$



5. ให้นักเรียนลองพิจารณาว่าเราจะหาความยาวด้านประกอบมุมฉาก x และ y ได้อย่างไร โดยแนะนำว่าเราจะทราบด้านใดด้านหนึ่งก่อน จากความรู้พื้นฐานที่ได้ทบทวนไป เมื่อทราบด้านหนึ่งด้านใดแล้ว ก็ลองพิจารณาว่าเราสามารถหาความยาวด้านที่เหลือได้อย่างไร พร้อมทั้งหาความยาวส่วนโค้งที่รองรับมุม 30° ด้วย เนื่องจากเราสามารถใช้ค่าความยาวส่วนโค้งที่รองรับมุม 30° เทียบเท่ากับมุม 30° ได้ (ให้เวลาประมาณ 3 นาที) โดยมีครูคอยให้คำแนะนำ แก้ไขความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน ให้ความช่วยเหลือผู้เรียนที่ยังไม่พร้อมที่จะเรียนรู้ใหม่ ให้กำลังใจ และให้นักเรียนช่วยกันวิเคราะห์ อภิปรายเพื่อหาคำตอบ

6. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปราย การหาความยาวด้านประกอบมุมฉาก x และ y โดยจากความรู้พื้นฐานในข้อ 6 จะทำให้ทราบว่า $y = \frac{1}{2}$ (รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาดมุมที่เหลือเป็น 30° และ 60° จะได้ว่าความยาวด้านตรงข้ามมุม 30° จะเป็นครึ่งหนึ่งของความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก) และสามารถหาความยาวด้านที่เหลือโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ดังนี้

$$1^2 = x^2 + y^2$$

$$1 = x^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$1 = x^2 + \frac{1}{4}$$

$$x^2 = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

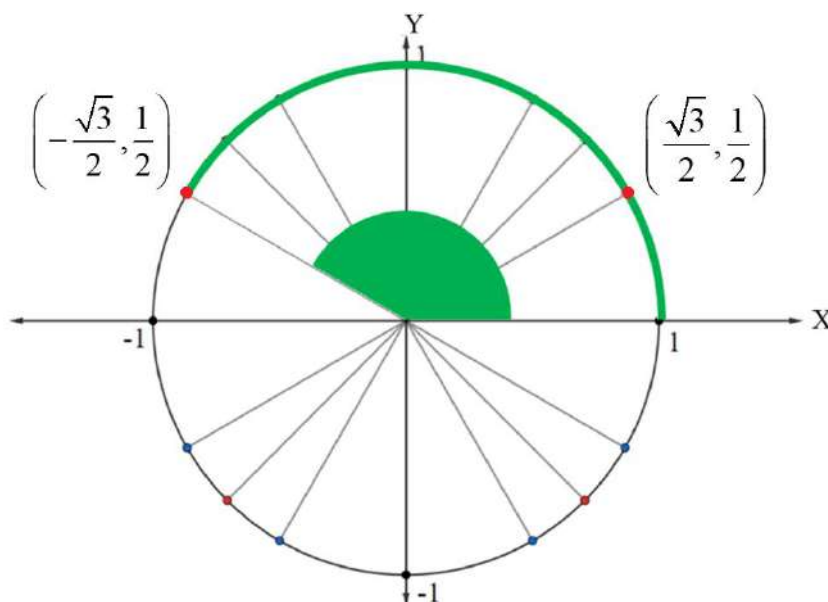
$$x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

และจากความรู้พื้นฐานในข้อ 3 – 4 เนื่องจาก เส้นรอบวงแบ่งให้แต่ละส่วนมีความยาวเท่ากับความยาวส่วนโค้งที่

รองรับมุม 30° ได้ 12 ส่วน ดังนั้น ความยาวส่วนโค้งที่รองรับมุม 30° คือ $\frac{2\pi r}{12} = \frac{2\pi(1)}{12} = \frac{\pi}{6}$

ดังนั้น จึงสามารถสรุปได้ว่า $\cos 30^\circ = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ และ $\sin 30^\circ = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

7. เมื่อทราบพิกัดในจุดภาคที่ 1 แล้ว ให้นักเรียนลองพิจารณาต่อไปว่าเราจะสามารถทราบพิกัดที่จุดใดในจุดภาคที่ 2 และที่จุดนั้นเป็นจุดปลายของมุมใด พร้อมกับหาความยาวส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้นด้วย โดยแนะนำให้หมุนแผ่นวงกลมให้จุดปลายส่วนโค้งตรงกับพิกัดที่ทราบในจุดภาคที่ 2 เพื่อช่วยให้ระบุขนาดของมุมและความยาวส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้นได้ง่ายขึ้น (ใช้เวลา ประมาณ 3 นาที) หลังจากนั้น ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายว่า จากความรู้พื้นฐานในข้อ 5 เราจะทราบพิกัดในจุดภาคที่ 2 ได้จากหลักการสะท้อน ดังรูป



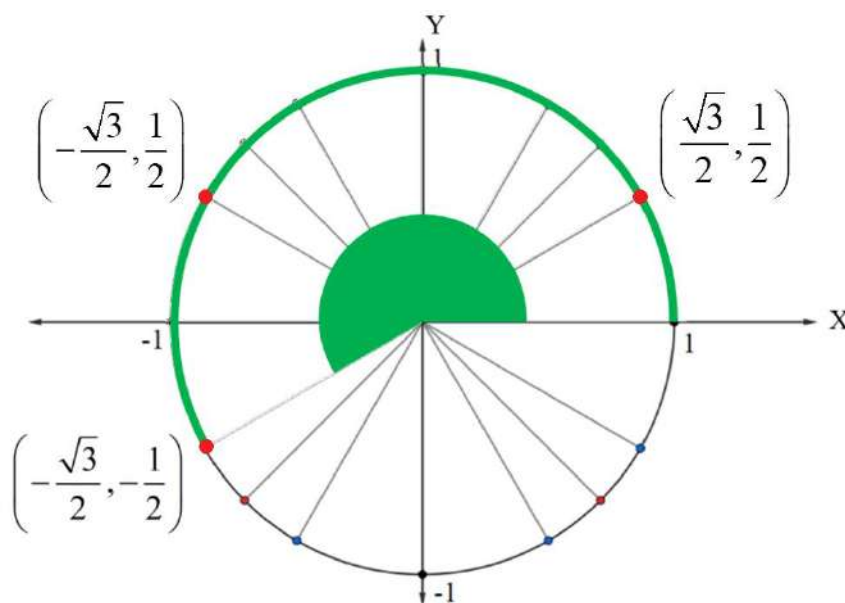
สำหรับขนาดของมุมที่วัดจากแกน x ในทิศทวนเข็มนาฬิกาไปยังจุดปลายส่วนโค้ง (พื้นที่แรเงาสีเขียว) คือ 150° โดยอาจคิดจากนำขนาดของมุมตรง (180°) ลบกับมุม 30° และเราทราบแล้วว่าความยาวส่วนโค้งที่รองรับมุม 30° คือ

$\frac{\pi}{6}$ ดังนั้น ความยาวส่วนโค้งที่รองรับมุม 150° จึงเท่ากับ $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$

ดังนั้น จึงสามารถสรุปได้ว่า $\cos 150^\circ = \cos \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ และ $\sin 150^\circ = \sin \frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}$

8. ให้นักเรียนพิจารณาต่อไปอีกว่า เราจะสามารถทราบพิกัดที่จุดใดใน จตุภาคที่ 3 และ 4 ได้อีกบ้างและจุดเหล่านั้นเป็นจุดปลายของมุมใด พร้อมกับหาความยาวส่วนโค้งที่รองรับมุมเหล่านั้นด้วย โดยแนะนำให้หมุนแผ่นวงกลมให้จุดปลายส่วนโค้งตรงกับพิกัดที่ทราบในจตุภาคที่ 3 และ 4 เพื่อช่วยให้ระบุนขนาดของมุมและความยาวส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้นได้ง่ายขึ้น จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปราย ซึ่งจะได้ว่า จากหลักการสะท้อนจุด

$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ผ่านแกน x จะได้พิกัดในจตุภาคที่ 3 คือ $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ ดังรูป

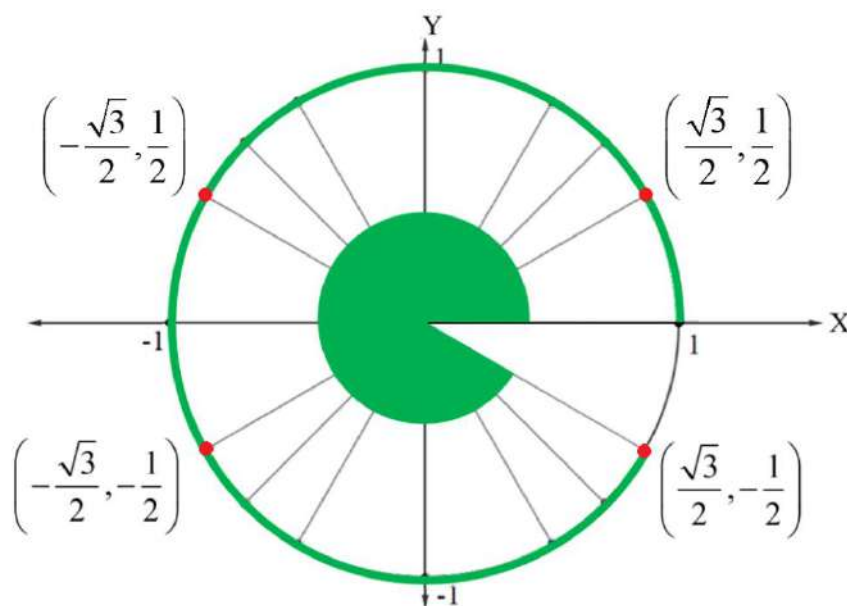


สำหรับขนาดของมุมที่วัดจากแกน x ในทิศทวนเข็มนาฬิกาไปยังจุดปลายส่วนโค้ง (พื้นที่แรเงาสีเขียว) คือ 210° โดยอาจคิดจากนำขนาดของมุมตรง (180°) บวกกับมุม 30° และความยาวส่วนโค้งที่รองรับมุม 210° เท่ากับ

$$\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$$

ดังนั้น จึงสามารถสรุปได้ว่า $\cos 210^\circ = \cos \frac{7\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ และ $\sin 210^\circ = \sin \frac{7\pi}{6} = -\frac{1}{2}$

และทำนองเดียวกัน จะได้พิกัดในจตุภาคที่ 4 คือ $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ ดังรูป



สำหรับขนาดของมุมที่วัดจากแกน x ในทิศทวนเข็มนาฬิกาไปยังจุดปลายส่วนโค้ง (พื้นที่แรเงาสีเขียว) คือ 330° โดยอาจคิดจากนำขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม (360°) ลบกับมุม 30° และความยาวส่วนโค้งที่รองรับมุม

$$330^\circ \text{ เท่ากับ } \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$$

ดังนั้น จึงสามารถสรุปได้ว่า $\cos 330^\circ = \cos \frac{11\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ และ $\sin 330^\circ = \sin \frac{11\pi}{6} = -\frac{1}{2}$

ซึ่งสามารถสรุปค่าของฟังก์ชันที่ศึกษาได้ ดังในตาราง

กลุ่ม 30°			
θ มุม(องศา)	θ ความยาว	$\cos \theta$	$\sin \theta$
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
150°	$\frac{5\pi}{6}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
210°	$\frac{7\pi}{6}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$
330°	$\frac{11\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$

หมายเหตุ : ขั้นที่ 2 สำรวจและค้นหา (Exploration) และ ขั้นที่ 3 อธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) จะมีการดำเนินควบคู่กันไปในการศึกษาค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของแต่ละจุดภาค กล่าวคือ จะมีการศึกษาค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ในจุดภาคที่ 1 แล้วอธิบายและลงข้อสรุป จากนั้นจึงศึกษาค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ในจุดภาคที่ 2 แล้วอธิบายและลงข้อสรุป เช่นนี้ไปจนถึงจุดภาคที่ 4

ขั้นที่ 4 ขยายความรู้ (Elaboration)

9. ครูและนักเรียนร่วมกันขยายความรู้จากตารางสรุปค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ที่ศึกษาได้ โดยครูยกตัวอย่างคำถามเช่น จงหาค่าของ $\cos \frac{7\pi}{6}$, $\sin \frac{11\pi}{6}$ หรือ $\cos 150^\circ$ และร่วมกันอภิปรายว่าจะมีวิธีในการหาคำตอบอย่างไร โดยอาจหาคำตอบได้จากการวาดรูปวงกลมหนึ่งหน่วย และระบุพิกัด, ขนาดของมุม และความยาวส่วนโค้งที่รองรับมุมในแต่ละจุดภาค ก็จะช่วยให้หาคำถามได้ง่ายขึ้น

ขั้นที่ 5 ประเมิน (Evaluation)

10. ครูให้นักเรียนทำแบบทดสอบท้ายคาบ โดยสุ่มหยิบฟังก์ชันไซน์หรือโคไซน์ของจำนวนจริง/มุม เฉพาะกลุ่ม 30° จากกล่องสุ่ม และนำค่าที่สุ่มได้ไปประยุกต์ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาผลบวก ลบ คูณ หาร ฯลฯ โดยให้เวลาทำประมาณ 5 นาที จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ และกล่าวชื่นชม ประเมินให้กำลังใจนักเรียนที่ทำได้ถูกต้อง

ก่อนจบคาบเรียน ครูมอบหมายให้นักเรียนไปศึกษา ค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์สำหรับกลุ่ม 45° , 60° และ 90° หรืออาจไปต่อยอดความรู้ โดยการหาค่าของฟังก์ชันอื่นๆที่เหลือของกลุ่ม 30° พร้อมกับให้ทำแบบประเมินตนเองเกี่ยวกับความเข้าใจในเรื่องที่ได้ศึกษา บอกข้อเสนอแนะ เพื่อนำไปปรับปรุงในการจัดการเรียนการสอนครั้งต่อไป

9. สื่อการสอนและแหล่งการเรียนรู้

1. เกม Kahoot (Trigonometry Basics Test)
2. สื่อนวัตกรรม กระดานวงกลมหนึ่งหน่วย (Unit Circle Board)
3. กล่องสุ่มค่าฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ (กลุ่ม 30°)
4. ใบงานสรุปค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริง/มุม บางจำนวน
5. ใบงานสรุปค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติของจำนวนจริง/มุม บางจำนวน
6. แบบทดสอบท้ายคาบ (การแก้ปัญหาเกี่ยวกับค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของกลุ่ม 30°)

10. กิจกรรมเสนอแนะ

-

บันทึกผลหลังการสอน

1. ผลที่เกิดขึ้นกับนักเรียน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ปัญหา/อุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

3. ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ไข

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้บันทึก

(นางสรารัตน์ เผ่าพหล)

...../...../.....

ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

- ☐ ผลการเรียนรู้ที่ระบุในแผนการจัดการเรียนรู้ เป็นส่วนหนึ่งที่กำหนดในหน่วยการเรียนรู้
- ☐ กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ ตรงกับบริบทและวัดได้
- ☐ กำหนดสาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้และสาระการเรียนรู้
- ☐ กำหนดผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด สาระการเรียนรู้ และกิจกรรมการเรียนรู้ ได้เชื่อมโยงสัมพันธ์กัน
- ☐ กิจกรรมการเรียนรู้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และสาระการเรียนรู้
- ☐ กิจกรรมการเรียนรู้มีความครอบคลุมในการพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ ทักษะ คุณลักษณะประจำวิชา และสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน
- ☐ กิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสม สามารถนำผู้เรียนไปสู่การสร้างชิ้นงาน/ภาระงาน
- ☐ มีการประเมินผลตามสภาพจริงและสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และกิจกรรมการเรียนรู้
- ☐ ประเด็นและเกณฑ์การประเมินสามารถสะท้อนคุณภาพผู้เรียนตามจุดประสงค์การเรียนรู้
- ☐ สื่อการเรียนรู้ในแต่ละกิจกรรม มีความเหมาะสมกับเวลา และการนำไปประยุกต์ใช้ได้จริง
- ☐ เวลาเรียนรู้เหมาะสมกับกิจกรรมการเรียนรู้
- ☐ นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ เน้นการจัดการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning)
- ☐ อื่น ๆ (ถ้ามี).....
- ☐ เห็นสมควรอนุมัติให้ใช้จัดการเรียนรู้ได้
- ☐ เห็นสมควรปรับปรุงก่อนนำไปจัดการเรียนรู้ ดังนี้.....

ลงชื่อ.....ผู้เชี่ยวชาญ

(นางสาววรารภณ์ วุฒิชยา)

...../...../.....

ความคิดเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้

- ☐ เห็นสมควรอนุมัติให้ใช้จัดการเรียนรู้ได้
- ☐ อื่น ๆ (ระบุ).....

ลงชื่อ.....หัวหน้ากลุ่มสาระฯ

(นายสิทธิพันธ์ พ่วงจัน)

...../...../.....

แบบทดสอบก่อน – หลังเรียน เรื่อง ค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ
 รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม 3 รหัสวิชา ค32201 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คำชี้แจง : จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ข้อใดเป็นค่าของ $\tan^2 \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{3}$
 - 1.) -1
 - 2.) $-\frac{1}{2}$
 - 3.) $\frac{1}{2}$
 - 4.) 1
2. ค่าของ $\cos \sec \frac{5\pi}{6} + \cos^2 \pi - \cot \frac{3\pi}{2}$ ตรงกับข้อใด
 - 1.) 0
 - 2.) 1
 - 3.) 2
 - 4.) 3
3. ค่าของ $\frac{\sqrt{3} \sec \frac{11\pi}{6}}{\tan \frac{7\pi}{4}} - \cos 2\pi$ ตรงกับข้อใด
 - 1.) -1
 - 2.) -2
 - 3.) -3
 - 4.) -4
4. กำหนดให้ $A = \sin \frac{4\pi}{3}$ และ $B = \cos \sec \frac{\pi}{3}$ แล้วค่าของ $\frac{A}{B}$ ตรงกับข้อใด
 - 1.) -1
 - 2.) $-\frac{3}{4}$
 - 3.) $\frac{3}{4}$
 - 4.) 1
5. ข้อใดกล่าวถูกต้อง
 - 1.) $\sec^2 \frac{2\pi}{3} = \frac{4}{3}$
 - 2.) $\cos \sec \frac{3\pi}{4} = \cos \sec \frac{5\pi}{4}$
 - 3.) $\frac{1}{\sqrt{3}} \cot \frac{\pi}{6} = -1$
 - 4.) $\tan 0 = \tan \pi$
6. ค่าของ $\sin 270^\circ + \cos 180^\circ + 2$ ตรงกับข้อใด
 - 1.) 0
 - 2.) 1
 - 3.) 2
 - 4.) 3

7. ข้อใดเป็นค่าของ $(\cot 315^\circ)(\operatorname{cosec} 330^\circ) - \sec^2 60^\circ$

1.) -2

2.) -1

3.) 1

4.) 2

8. ค่าของ $4\cos 120^\circ - 2\operatorname{cosec} 300^\circ + \cot 30^\circ$ ตรงกับข้อใด

1.) $\frac{6+7\sqrt{3}}{3}$

2.) $\frac{-6+7\sqrt{3}}{3}$

3.) $\frac{-6-7\sqrt{3}}{3}$

4.) $\frac{6-7\sqrt{3}}{3}$

9. ถ้า $B \cdot \sin 60^\circ = \cot 210^\circ$ แล้ว $B^3 + 2B^2 - 3B + 1$ ตรงกับข้อใด

1.) -24

2.) -11

3.) 11

4.) 24

10. ข้อใดมีค่าต่างจากข้ออื่น

1.) $\tan 90^\circ$

2.) $\sec 0^\circ$

3.) $\operatorname{cosec} 360^\circ$

4.) $\cot 180^\circ$

.....